

# О ЦЕНТРОБЕЖНОЙ СИЛЕ

Известны *шесть* теорем Гюйгенса о центробежной силе

## I

Если два одинаковых тела в одинаковое время описывают не одинаковые окружности, то их центробежные силы относятся, как длины окружностей или как диаметры.

## II

Если два одинаковых тела движутся с одинаковой скоростью по окружности разных кругов, то их центробежные силы обратно пропорциональны диаметрам.

## III

Если два одинаковых тела движутся по одинаковым кругам с разной скоростью, но оба равномерно, как мы здесь всегда подразумеваем, то их центробежные силы относятся, как квадраты скоростей.

## IV

Если два одинаковых тела движутся по разным окружностям и обнаруживают одинаковую центробежную силу, то их времена обращения относятся как корни квадратные из диаметров.

## V

Если тело движется по окружности с той скоростью, которую оно приобрело, свободно падая с высоты  $\frac{1}{4}$  диаметра круга, то испытываемая им центробежная сила равна весу, т.е. оно тянет за нить, при помощи которой оно прикреплено к центру, с той же силой, как если бы было подвешено к нити

(Если высота  $h = \frac{r}{2}$ , то для конечной скорости при свободном падении имеем

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{rg}, \text{ а для указанной центробежной силы имеем } F_c = mv^2/r = mrg/r = mg)$$

## VI

Если тело пробегает различные горизонтальные окружности, которые все лежат на кривой поверхности параболического коноида (параболоида) с вертикальной осью, то время оборотов всегда одно и то же, будут ли круги больше или меньше, и это время обращения вдвое больше продолжительности колебания маятника, длина которого равна половине параметра образующей параболы.

Исследуем пятую теорему Гюйгенса на приборе по А.С. [997083](#) М.Кл. G 09 В 23/08, См. также фото. Здесь первый шар **5** (см. Рис.1) массой  $m_1$  имеет одну степень свободы, а второй шар **6** массой  $m_2$  - две степени свободы и является математическим маятником. Массы  $m_1$  и  $m_2$  шаров одинаковы т.е.

$$m_1 = m_2$$

$$(1)$$

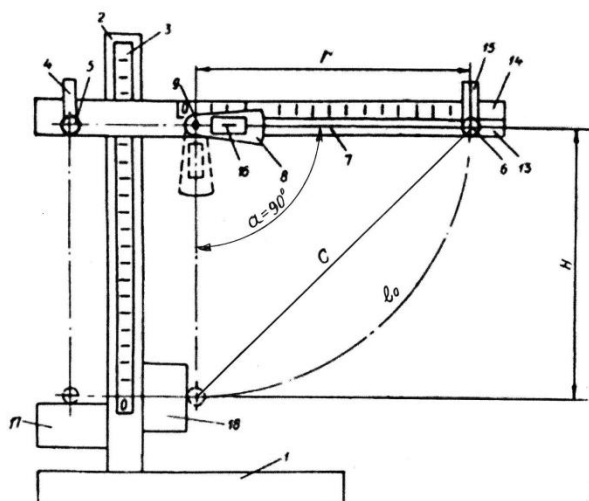


Рис. 1

При этом радиус  $r$  маятника всегда численно равен высоте падения  $H$  как бы в ходе опытов она не менялась т.е.

$$r = H \quad (2)$$

а угол  $\alpha$  падения маятника всегда равен  $90^\circ$

$$\alpha = 90^\circ \quad (3)$$

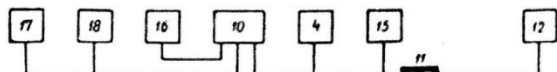
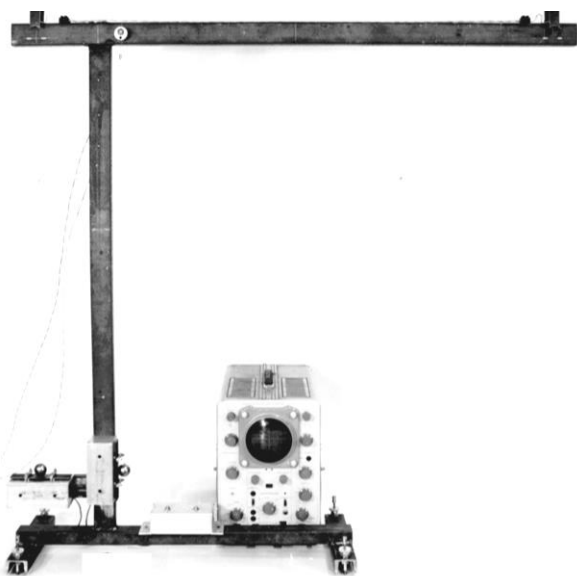


Рис. 2



Фото

На учебном приборе по физике предназначенном для демонстрации динамики тел с разными степенями свободы демонстрируются:

**А)** зависимость времён  $t$  от высоты  $H$  падения шаров (тел).

Известно, что время  $t_1$  падения тела – первого шара **5** с одной степенью свободы (свободно падающее тело) с высоты  $H$  равно:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (4)$$

здесь:  $t_1$  – время падения первого шара **5** за пройденный путь  
 $H$  – пройденный путь (высота падения)  
 $g$  – ускорение свободно падающего тела

А время  $t_2$  падения тела - второго шара **6** с двумя степенями свободы (маятник) из верхней точки при  $\alpha = 90^\circ$  в нулевую, равно:

$$t_2 = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r}{g}} \quad (5)$$

здесь:  $t_2$  – время падения второго шара **6** из точки при  $\alpha = 90^\circ$   
 $T$  – период свободных колебаний маятника  
 $r$  – радиус маятника  
 $g$  – ускорение свободнопадающего тела

Беря отношение уравнений (4) и (5) с учётом (2) получаем:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2H}{g}}}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r}{g}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,9003162815192957093317811341861 = \mathbf{const!} \quad (6)$$

т.е. время падения свободнопадающего тела с высоты  $H$  всегда в **0.9003...** раза меньше времени падения маятника радиусом  $r = H$  падающего с той же высоты  $H$ .

Зубковым Г.А. из Днепропетровска замечено, что: Отношение длины  $C$  хорды к длине  $l_0$  дуги при центральном угле  $90^\circ$ , также равно 0,9003162815192957093317811341861

**Б)** Зависимость кинетических энергий тел с разными степенями свободы от высоты падения  $H$  и их тождество (закон сохранения энергии).

Из интеграла энергии, для падающего тела с двумя степенями свободы (маятник) в нулевой точке известно равенство:

$$r^2 \dot{\varphi}_0^2 = 2gr(1-\cos\alpha) \quad (7)$$

Здесь:

$r$  – радиус маятника  
 $\dot{\varphi}_0$  - угловая скорость маятника в нулевой точке  
 $g$  – ускорение свободнопадающего тела  
 $\alpha$  – начальный угол отклонения маятника

Отсюда, квадрат угловой скорости в нулевой точке с учётом ( 3 ) равен:

$$\dot{\varphi}_0^2 = \frac{2g}{r} \quad (8)$$

Известно также выражение для центробежной силы:

$$F_{цo} = \dot{\varphi}_0^2 m_2 r \quad (9)$$

Здесь:

$F_{цo}$  - центробежная сила в нулевой точке падения маятника  
 $\dot{\varphi}_0$  - угловая скорость маятника в нулевой точке  
 $m_2$  – масса второго шара **б**  
 $r$  – радиус маятника

Подставляя (8) в (9) получим

$$F_{цo} = 2gm_2 \quad (10)$$

Это означает, что тело массой  $m_2$  обращаемое вокруг центра по орбите радиусом  $r$  с угловой скоростью  $\dot{\varphi}_0$  создаёт ускорение  $b$ , направленное от центра по радиусу, равное **2g** т.е.

$$b = 2g \quad (11)$$

Таким образом:

$$F_{цo} = b m \quad (12)$$

Сравнивая ( 9 ) и ( 10 ) видно, что:

$$\mathbf{g} = \frac{\dot{\varphi}_0^2 r}{2} \quad (13)$$

Кинетическая энергия свободнопадающего тела равна:

$$\mathbf{E}_{кин.н} = m_1 \mathbf{g} \mathbf{h} \quad (14)$$

Здесь:  $\mathbf{E}_{кин.н}$  – кинетическая энергия первого шара **5** в нулевой точке

$m_1$  – масса первого шара **5**

$\mathbf{g}$  – ускорение свободнопадающего тела

$\mathbf{h}$  – высота падения шара

а кинетическая энергия маятника в нулевой точке –

$$\mathbf{E}_{кин.г} = \frac{\dot{\varphi}_0^2 m_2 r^2}{2} \quad (15)$$

Здесь:  $\mathbf{E}_{кин.г}$  - кинетическая энергия маятника в нулевой точке

$\dot{\varphi}_0$  - угловая скорость

$m_2$  – масса второго шара **6**

$r$  – радиус (длина) маятника

Подставляя значение квадрата угловой скорости ( 8 ) в формулу ( 15 ) получим:

$$\mathbf{E}_{кин.г} = \frac{\frac{2g}{r} m_2 r^2}{2} = m_2 \mathbf{g} r \quad (16)$$

Из закона сохранения энергии следует:

$$\mathbf{E}_{кин.н} = \mathbf{E}_{кин.г} \quad (17)$$

Т.е.  $m_1 \mathbf{g} \mathbf{h} = m_2 \mathbf{g} r \quad (18)$

Сокращая  $\mathbf{h}$  и  $r$  согласно условию ( 2 ) и подставляя значение  $\mathbf{g}$  из ( 13 ) в правую часть получим

$$m_1 \mathbf{g} = \frac{\dot{\varphi}_0^2 m_2 r}{2} \quad (19)$$

Это означает, что маятник в нулевой точке развивает тангенциальную силу, по модулю равной силе:

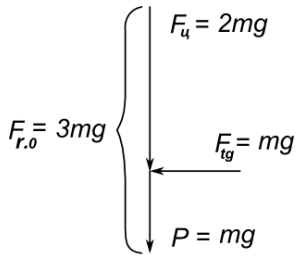
$$\mathbf{P} = m_1 \mathbf{g} \quad (20)$$

здесь:  $\mathbf{P}$  – вес тела

$m_1$  – масса первого шара **5**

$\mathbf{g}$  – ускорение свободнопадающего тела

и направленную в сторону движения массы  $m_2$  (шар **6**) см. эпюру сил (Рис. 3.)



Из эпюры сил, принимая во внимание соотношение ( 1 ) и ( 20 ), видно, что на тело с двумя степенями свободы, в нулевой точке, действуют две силы:

$$\begin{cases} \vec{F}_{r.0} = \vec{F}_{ц.0} + \vec{P} = 2\vec{mg} + \vec{mg} = 3\vec{mg} & 1.21 \\ \vec{F}_{tg} = \vec{mg} & 2.21 \end{cases} \quad (21)$$

Рис. 3

Здесь:  $F_{r.0}$  - радиальная сила маятника в нулевой точке  
 $F_{ц.0}$  - центробежная сила маятника в нулевой точке  
 $P$  - сила Ньютона (вес тела)  
 $m$  - масса тела маятника (второй шар **б**)  
 $g$  - ускорение свободнопадающего тела  
 $F_{tg}$  – тангенциальная сила

Демонстрация зависимостей **А**) и **Б**) для закономерностей ( 4 ), ( 5 ), ( 6 ), ( 17 ) и ( 20 ) производится как минимум для трёх длин высот падения тел с разными степенями свободы с учётом условий ( 2 ) и ( 3 ), например:  $1/3H$ ,  $2/3H$  и  $H$ .

Для демонстрации опытов, оператор устанавливает поперечную рейку 13 на высоту  $1/3H$  от нулевой отметки первой линейки 3, затем устанавливает второй электромагнит 15 по второй линейке 14 на отметку  $1/3H$ , вкладывает первый шар **5** в первый электромагнит 4, второй шар **б** во второй электромагнит 15, причём длина маятника так же устанавливается равной  $1/3H$ .

Затем оператор нажимает на кнопку 11 (см. Рис. 2), в результате чего электромагниты 4 и 15 обесточиваются и запускается развёртка видеоконтрольного блока 10 по первому входу.

На экране видеоконтрольного блока 10, по первому каналу, наблюдатель видит нарастание радиальной силы  $F_r$  по квадратичному закону (кривая 1) см. Рис. 4., сигнал измеряется первым динамометром 16 и поступает на третий вход видеоконтрольного блока 10.

По второму каналу видеоконтрольного блока 10 наблюдатель видит амплитуды ударов шаров **5** и **б** и временные интервалы  $t_1$  и  $t_2$ , см. Рис. 4 (кривые 2,3).

Кривая 2 и временной интервал  $t_1$  соответствуют кинетической энергии и времени падения первого шара **5**, сигнал измеряется вторым динамометром 17 и поступает на второй вход видеоконтрольного блока 10.

Кривая 3 и временной интервал  $t_2$  соответствуют кинетической энергии и времени падения второго шара **б**, сигнал измеряется третьим динамометром 18 и поступает так же на второй вход видеоконтрольного блока 10. Наблюдатель видит, что амплитуды ударов одинаковы и соответствуют кривым 2 и 3 (Рис. 4), а это соответствует равенству ( 17 ) (закон сохранения энергии) и, что амплитуда, кривой 1 радиальной силы  $F_{r.0}$  в нулевой точке падения для интервала времени  $t_2$ , равна  $3mg$  т.е. соблюдается равенство ( 1.21 ).

Далее оператор демонстрирует падение шаров **5** и **б** для длин высот падения  $2/3H$  и  $H$  в том же порядке.

А наблюдатель измеряя;

1. Временные интервалы падения шаров:  $t_1$  и  $t_2$ ;  $t'_1$  и  $t'_2$ ;  $t''_1$  и  $t''_2$  соответственно для длин высот падения  $1/3H$ ,  $2/3H$  и  $H$ , строит график (Рис.5) зависимости изменения времён падения масс (шаров **5** и **б**) от длин высот падения, причём кривая 1 соответствует изменению времён падения для тела с одной степенью свободы (первый шар **5**), кривая 2 соответствунт изменению времён падения для тела с двумя степенями свободы (второй шар **б**); видит, что кривые 1, 2 времён падения масс (шаров **5** и **б**) изменяются по квадратичному закону т.е. соблюдаются

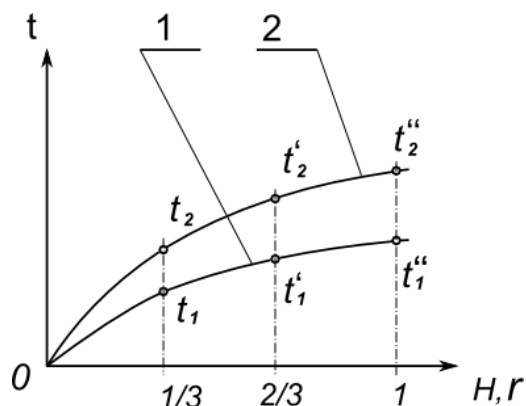


Рис. 5

закономерности ( 4 ), ( 5 ), ( 6 ), и что время запаздывания  $t$  маятника (тела с двумя степенями свободы) где:

$$t = t_2 - t_1 \quad ( 22 )$$

тем больше, чем больше длина маятника и высота падения тел.

2. Амплитуды кривых 1, 2, 3 (Рис. 4) для длин высот падения  $1/3H$ ,  $2/3H$  и  $H$ , видит, что они так же зависят от высот падения шаров.

Выводы: Наши выводы оформим в виде теорем, продолжив нумерацию теорем Гюйгенса.

### VII

Отношение времени  $t_1$ , падения свободнопадающего тела с высоты  $H$ , ко времени  $t_2$ , падения маятника падающего с той же высоты при начальном угле отклонения  $90^\circ$  радиусом  $r = H$ , равно отношению длины  $C$  хорды к длине  $l_0$  дуги при центральном угле  $90^\circ$  и равно 0,9003162815192957093317811341861. Таким образом:

$$M = \frac{t_1}{t_2} = \frac{C}{l_0} = 0,9003162815192957093317811341861 = \mathbf{Const !} \quad ( 23 )$$

### VIII

Всякая центробежная сила в два раза больше силы её вызывающей.

## Список используемой литературы

1. К.А. Путилов «Курс физики», Т.1, М., 1963г.
2. Г. Эберт «Краткий справочник по физике», М., 1963г.
3. Макс Борн «Эйнштейновская теория относительности.
4. А.С. [997083](#) М.Кл. G 09 В 23/08 «Учебный прибор по физике
5. С.Г. Гиндикин «Рассказы о физиках и математиках», М., «Наука», главная редакция физико-математической литературы, 1981г.